Тема урока: «Показательные уравнения».

Цель урока:

Образовательная: показать виды и способы решения показательных уравнений.

Развивающая: развитие познавательных процессов учащихся; зрительной и слуховой памяти, логического и математического мышления, воображения, устойчивости, гибкости и способности к распределению внимания.

Воспитательная: воспитание у учащихся аккуратности и точности при выполнении заданий у доски и ведения тетрадей, умения работать в коллективе, коммуникабельности, дисциплинированности на уроке, ответственности за свои действия, самостоятельности, воспитание интереса к предмету.

Тип урока: урок усвоения новых знаний.

Методы обучения: Репродуктивный, объяснительно-иллюстративный.

ХОД УРОКА

1. Организационный момент

Приветствие учеников, проверка посещаемости, проверка готовности классной комнаты и учащихся к уроку.

2. Актуализация знаний

Учитель: Сегодня на уроке мы изучим новую тему: Показательные уравнения. Но сначала ответьте на вопросы. Функция какого вида называется показательной?

Ученик: Функция вида $y = a^x$, где $a > 0$, $a \neq 1$ – основание, конкретное заданное число, а x – переменная, называется показательной функцией.

Учитель: От чего зависят свойства показательной функции?

Ученик: От основания показательной функции.

Учитель: Перечислите основные свойства показательной функции.

Ученик: Показательная функция обладает следующими свойствами:

1^0. Область определения показательной функции $y = a^x$ – множество действительных чисел.

2^0. Множество значений показательной функции $y = a^x$ – множество положительных чисел.

3^0. Показательная функция $y = a^x$ возрастает при $a > 1$ и убывает при $0 < a < 1$.

4^0. Функция общего вида.

5^0. Не ограничена.

Учитель: Вспомните свойства степеней с действительным показателем.

Ученики:

(Запись на доске)

1. $a^x a^y = a^{x+y}$;

2. $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$;

3. $(ab)^x = a^x b^y$;

4. $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^y}$;

5. $(a^x)^y = a^{xy}$

3. Изучение и закрепление нового материал

Учитель: Запишите число, классная работа, тема урока: Показательные уравнения.

(Запись на доске и в тетрадях)

Число «»

Классная работа

Показательные уравнения

Учитель: Посмотрите на уравнение $a^x = b$. Уравнения такого вида называются показательными уравнениями Уравнение $a^x = b$ - простейшее показательное уравнение. Т.к. в левой части уравнения находится степень, то какое условие необходимо поставить?

Ученики: a>0, a≠1.

Учитель: А учитывая, что область значений показательной функции множество положительных действительных чисел, то какое условие надо поставить для b?

Ученики: b>0.

Учитель: Запишите определение, представленное на слайде.

(Запись в тетрадях)

Показательным уравнением называют уравнение, содержащее переменную в показателе степени.

$a^x = b,$

$где a > 0, a \neq 1, b > 0$

Учитель: Рассмотрим пример $5^x = 25$. Представим 25 в виде 25=5², получим $5^x = 5^2$.

По свойству: Степени с одинаковым основанием равны тогда и только тогда, когда равны их показатели, получаем $x = 2$.

(Запись на доске и в тетрадях)

$5^x = 25$.

$5^x = 5^2$;

$x = 2$.

Ответ: $x = 2$.

Учитель: Рассмотрим пример $5^x = -25$. Будет ли данное уравнение иметь решение?

Ученики: Т.к. b<0, то данное уравнение не имеет корней.

(Запись на доске и в тетрадях)

$5^x = -25$, т.к. -25<0, то уравнение не имеет корней.

Ответ: корней нет.

Учитель: Рассмотрим пример $7^{x-2} = \sqrt[3]{49}$. Данное уравнение решается методом приведения к одному основанию обеих частей уравнения, т.е. к виду $a^x = a^c$. Что необходимо для этого сделать?

Ученики: Корень третьей степени из 49 можно представить в виде степени с основанием 7:

$\sqrt[3]{49}=7^{\frac{2}{3}}$. Тогда $7^{x-2}=7^{\frac{2}{3}}$, по свойству равенства степеней с одним основанием $x-2=\frac{2}{3}$, $x=2\frac{2}{3}$.

(Запись на доске и в тетрадях)

$7^{x-2}=\sqrt[3]{49}$.

$7^{x-2}=7^{\frac{2}{3}}$;

$x-2=\frac{2}{3}$;

$x=2\frac{2}{3}$.

Ответ: $x=2\frac{2}{3}$.

Учитель: $5^{0,1x}\cdot(\frac{1}{5})^{-0,06}=5^{x^2}$. Данное уравнение решается методом приведения к одному основанию обеих частей уравнения, т.е. к виду $a^x=a^c$. Как это можно сделать?

Ученики: Заметим, что дробь $\frac{1}{5}$ можно представить в виде степени с основанием пять:

$(\frac{1}{5})^{-0,06}=5^{0,06}$. Тогда $5^{0,1x}\cdot5^{0,06}=5^{x^2}$, используя свойство первое, получим $5^{0,1x+0,06}=5^{x^2}$, отсюда $0,1x+0,06=x^2$, $x_1=-0,2, x_2=0,3$.

(Запись на доске и в тетрадях)

$5^{0,1x}\cdot(\frac{1}{5})^{-0,06}=5^{x^2}$;

$5^{0,1x}\cdot5^{0,06}=5^{x^2}$;

$5^{0,1x+0,06}=5^{x^2}$;

$0,1x+0,06=x^2$;

$x_1=-0,2, x_2=0,3$.

Ответ: $x_1=-0,2, x_2=0,3$.

Учитель: Рассмотрим следующий пример $2^{3x}\cdot3^x=576$. Данное уравнение решается тем же методом 2^{3x} можно представить как 8^x по пятому свойству, записанному на доске. 576=24^2, тогда $8^x\cdot3^x=24^2$. Что нам это дает?

Ученики: Используя свойство третье, получим $24^x=24^2$, отсюда x=2.

(Запись на доске и в тетрадях)

$2^{3x}\cdot3^x=576$.

$8^x\cdot3^x=24^2$;

$24^x=24^2$;

x=2.

Ответ: x=2.

Учитель: Рассмотрим пример $7^x\cdot2^{2x}=784$.

(Один из учеников у доски)

Ученик: Данное уравнение решается тем же методом 2^{2x} можно представить как 4^x по пятому свойству, записанному на доске. 784=28², тогда $7^x \cdot 4^x = 28^2$. Используя свойство третье, получим $28^x = 28^2$, отсюда x=2.

(Запись на доске и в тетрадях)

$7^x \cdot 2^{2x} = 784$

$7^x \cdot 4^x = 28^2$

$28^x = 28^2$

x=2.

Ответ: x=2.

Учитель: Рассмотрим пример $6^{x+1} + 35 \cdot 6^{x-1} = 71$. Данное уравнение решается методом вынесения общего множителя за скобки. Чаще всего выносят за скобки степень с наименьшим показателем. Вынесем за скобки 6^{x-1}. Что получим?

Ученики: $6^{x-1}(6^2 + 35) = 71$, $71 \cdot 6^{x-1} = 71$, $6^{x-1} = 1$, $6^{x-1} = 6^0$, x-1=0, x=1.

(Запись на доске и в тетрадях)

$6^{x+1} + 35 \cdot 6^{x-1} = 71$

$6^{x-1}(6^2 + 35) = 71;$

$71 \cdot 6^{x-1} = 71;$

$6^{x-1} = 1;$

$6^{x-1} = 6^0;$

x-1=0, x=1.

Ответ: x=1.

Учитель: Рассмотрим пример $3^{2y-1} + 3^{2y-2} - 3^{2y-4} = 315.$

(Один из учеников у доски)

Ученик: Данное уравнение решается методом вынесения общего множителя за скобки. Чаще всего выносят за скобки степень с наименьшим показателем. Вынесем за скобки 3^{2y-4} и получим $3^{2y-4}(3^3 + 3^2 - 1) = 315, 3^{2y-4} \cdot 35 = 315, \quad 3^{2y-4} = 9, 2y - 4 = 2, y = 3.$

(Запись на доске и в тетрадях)

$3^{2y-4}(3^3 + 3^2 - 1) = 315;$

$3^{2y-4} \cdot 35 = 315;$

$3^{2y-4} = 9;$

$2y - 4 = 2;$

$y = 3.$

Ответ: y=3.

Учитель: Рассмотрим пример $3^x = 7^x$. Данное уравнение имеет вид $a^x = b^x$. Решается делением обеих частей уравнения на степень стоящую в левой или в правой части уравнения. Поделим обе части уравнения на 7^x, получим $\frac{3^x}{7^x} = 1$. Воспользуемся свойством четвертым $\frac{3^x}{7^x} = \left(\frac{3}{7}\right)^x$ и представим 1 в виде $\left(\frac{3}{7}\right)^0$, $\left(\frac{3}{7}\right)^x = \left(\frac{3}{7}\right)^0$, x=0.

(Запись на доске и в тетрадях)

$3^x = 7^x.$

$\frac{3^x}{7^x}=1$;

$\left(\frac{3}{7}\right)^x=\left(\frac{3}{7}\right)^0$;

x=0.

Ответ: x=0.

Учитель: Рассмотрим пример $2^{x-3}=3^{3-x}$. Заметим, что $3^{3-x}=(\frac{1}{3})^{x-3}$. Исходное уравнение примет вид $2^{x-3}=(\frac{1}{3})^{x-3}$. Уравнение какого вида мы получили?

(Один из учеников у доски)

Ученик: Данное уравнение имеет вид $a^x=b^x$. Решается делением обеих частей уравнения на степень стоящую в левой или в правой части уравнения. Поделим обе части уравнения на $(\frac{1}{3})^{x-3}$, получим $6^{x-3}=1$, x-3=0, x=3.

(Запись на доске и в тетрадях)

$2^{x-3}=3^{3-x}$

$2^{x-3}=(\frac{1}{3})^{x-3}$

$6^{x-3}=1$

$x-3=0$

$x=3$

4. Подведение итогов.

Учитель*:* Давайте вспомним, что называется показательным уравнением?

Ученик*:* Показательным уравнением называется уравнение, в котором неизвестное содержится в показателе степени.

Учитель*:* К какому виду приводятся все показательные уравнения?

Ученик*:* Часто показательные уравнения сводятся к $a^x=a^c$, где $b=a^c$, т.е. к простейшим показательным уравнениям.

5. Домашнее задание.

Учитель*:* Домашнее задание: знать определение, что называют показательным уравнением и методы их решения. Примеры для решения будут размещены в электронном журнале. Спасибо за урок.

1) $\left(2\frac{1}{3}\right)^{-x^2-2x+3} = 1;$

Решение:

$$\left(2\frac{1}{3}\right)^{-x^2-2x+3} = \left(2\frac{1}{3}\right)^0;$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0;$$

$$x_1 = 1, x_2 = -3.$$

Ответ: (1;-3)

2) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2-x}};$

Решение:

$$x = \sqrt{2-x};$$

$$x^2 = 2 - x;$$

$$x^2 + x - 2 = 0;$$

$$x_1 = 1, x_2 = -2.$$

Ответ: $x = 1.$

3) $5^{3x} + 3 \cdot 5^{3x-2} = 140;$

Решение:

$$5^{3x-2}(25+3) = 140;$$

$$28 \cdot 5^{3x-2} = 140;$$

$$5^{3x-2} = 5^1;$$

$$3x - 2 = 1;$$

$$3x = 3;$$

$$x = 1.$$

Ответ: $x = 1.$

4) $0{,}5^{x+7} \cdot 0{,}5^{1-2x} = 2;$

Решение:

$$0{,}5^{x+7+1-2x} = 0{,}5^{-1};$$

$$0{,}5^{8-x} = 0{,}5^{-1};$$

$$8 - x = -1;$$

$$x = 9.$$

Ответ: $x = 9.$

5) $5{,}1^{\frac{1}{2}(x-3)} = 5{,}1 \cdot \sqrt{5{,}1};$

Решение:

$$5{,}1^{\frac{1}{2}(x-3)} = 5{,}1^{\frac{3}{2}};$$

$$\frac{1}{2}(x-3) = \frac{3}{2};$$

$$x - 3 = 3;$$

$$x = 6.$$

Ответ: $x = 6.$

6) $3^x - 3^{x+3} = -78;$

Решение:

$$3^x(1 - 27) = -78;$$

$$-26 \cdot 3^x = -78;$$

$$3^x = \frac{78}{26};$$

$$3^x = 3^1;$$

$$x = 1.$$

Ответ: $x = 1.$

7) $2 * \sqrt{2} * 2^{x-3} = \frac{1}{2};$

Решение:

$$2^{1+\frac{1}{2}+x-3} = 2^{-1};$$

$$2^{x-\frac{3}{2}} = 2^{-1};$$

$$(2 = 2, 2 > 0, 2 \neq 1)$$

$$x - \frac{3}{2} = -1;$$

$$x = \frac{1}{2}.$$

Ответ: $x = \frac{1}{2}.$

8) $9^x - 8 * 3^x - 9 = 0.$

Решение:

$$3^{2x} - 8 \cdot 3^x - 9 = 0;$$

$$t = 3^x, t > 0.$$

$$t^2 - 8t - 9 = 0;$$

$$t_1 = 9, t_2 = -1.$$

$3^x = -1 \rightarrow \text{нет решения, т. к.} -1 < 0.$

$3^x = 9 \rightarrow 3^x = 3^2 \rightarrow x = 2.$

Ответ: $x = 2.$